applicando ad essa la formola (24'), dopo avervi posto w = log k, si trova

II primo membro non è che la curvatura integra o totale della porzione &' di superficie : denominandola I", si ha quindi

(34) • " =

formola nella quale l'integrale del secondo membro è esteso a tutto il contorno dell'area considerata.

Bisogna osservare che, mercé questa formola, le aree sferiche F', che secondo la teoria di GAUSS servono a misurare la curvatura totale, ricevono un segno determi-

nato. Infatti l'elemento dell'integrale doppio T' è , essendo R ed J? i due raggi

$A_X K_2$

principali di curvatura della superficie, e quindi l'elemento stesso è positivo o negativo secondo che i due raggi anzidetti hanno la stessa direzione o direzioni contrarie : quindi l'area sferica T' risulta generalmente formata dalla somma algebrica di più parti aventi segni diversi. Ne consegue che più porzioni contigue di superficie possono avere, separatamente considerate, una curvatura finita, mentre il loro complesso potrà avere una curvatura totale nulla.

La quantità $\frac{Q\,\partial k}{\partial n}$ è suscettibile di una trasformazione notevole. Chiamando $\frac{I}{p}$ la curvatura geodetica di una linea qualunque s tracciata sulla superficie, il cui elemento lineare è della forma

(forma che conviene appunto, pel significato di k, alla superficie da noi considerata), si ha da forinole note *)

$$\frac{i}{p}\left(\frac{\partial \log k}{\partial q}dq+\frac{\partial \log k}{\partial p}dp\right)ds=\frac{i}{k^2}\left(\frac{dp\,d^2q}{ds\,ds^2}-\frac{dq\,d^2p}{ds\,ds^2}\right)ds\,dp$$

$$\frac{\partial}{\partial p}\left(\frac{1}{k}\frac{dq}{ds}\right)-\frac{\partial}{\partial q}\left(\frac{1}{k}\frac{dp}{ds}\right)=\frac{1}{k}\left(\frac{d^2q}{ds^2}\frac{\partial q}{\partial p}+\frac{d^2p}{ds^2}\frac{\partial p}{\partial q}\right)$$

quindi

$$\frac{i}{p}=\frac{i}{k}\left(\frac{dp}{ds}\frac{d^2q}{ds^2}-\frac{dq}{ds}\frac{d^2p}{ds^2}\right)+\frac{\partial \log k}{\partial s}$$

7" ~ "F \3717 ~ Ts 77} + ~^~~ '

*) Citate Ricerche ài analisi applicata alla geometria, art. XXL